

## ВИБРОУСТОЙЧИВОСТЬ ПРИЕМНЫХ УСТРОЙСТВ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

В. В. Болознев, М. Ю. Застела, Ш. М. Чабдаров, Н. К. Юрков

### Введение

Задачи устойчивой работы радиоэлектронной аппаратуры, расположенной на летательных аппаратах (ЛА), всегда были актуальны [1–3]. Характерен тот факт, что совершенствование элементной базы и конструкций аппаратуры не снимает этой проблемы, так как растут как уровни вибрационных воздействий (порожденные ростом скоростей и маневренности ЛА), так и требования к качеству функционирования бортовой аппаратуры [4–7]. Обратимся к вопросам виброустойчивости радиолокационных систем. Будем считать, что вибропрочность обеспечена на этапе конструирования, в то время как выявить недостаточную виброустойчивость при проведении лабораторных испытаний не всегда удается – ограничивают возможности аппаратуры воспроизведения вибрационных воздействий. Представляется целесообразным провести аналитические исследования схемотехнических путей достижения необходимого качества работы бортового радиотехнического оборудования. Рассмотрению такого подхода и посвящена данная работа.

### Функция плотности вероятности флуктуаций сигнала

Представим радиоприемное устройство РЛС обнаружения структурной схемой (рис. 1).

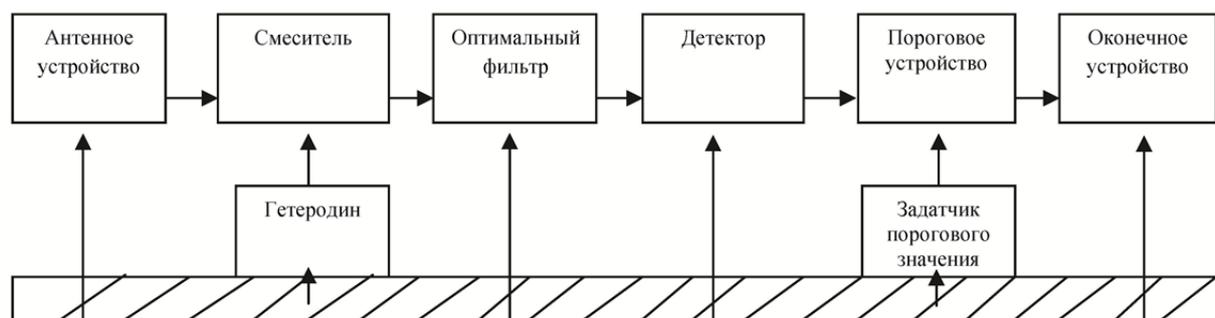


Рис. 1. Структурная схема приемника РЛС обнаружения

В работах [8–10] показано, что основными узлами, подверженными вибровоздействиям является антенна, преобразователь частоты (т.е. гетеродин и смеситель), а также пороговое устройство.

Вклад антенны в вибронеустойчивость приемного устройства зависит как от производственных погрешностей, так и качания диаграммы направленности, порождаемого вибрациями. Закон распределения (и главным образом спектр) последних зависит от названных факторов. Количественная мера здесь связана с коэффициентом направленного действия (КНД) и амплитуды качаний (рис. 2):

$$\text{КНД} = f(\alpha_k)\gamma. \quad (1)$$

Если же качание диаграммы направленности  $\gamma$  носит случайный характер, тогда

$$W(\text{КНД}) = W(\alpha_k)\gamma. \quad (2)$$

И так как  $\gamma$  в случае узких или достаточно изрезанных диаграмм существенно не линейна, то  $W(\text{КНД})$  отличен от нормального.

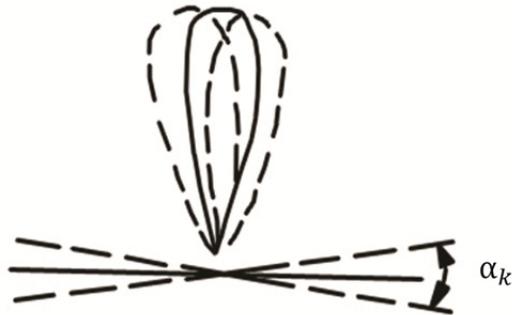


Рис. 2. Качание антенны

Обратимся к флуктуациям фазы полезного сигнала. В этом случае представим антенную систему в виде некоторой излучающей плоскости (рис. 3).



Рис. 3. Перемещение плоскости антенны

Плоскость антенны перемещается относительно фронта волны и, следовательно, осуществляется фазовая модуляция принимаемого сигнала. Суммарная фаза определится соотношением  $\psi = \varphi_0 + \delta\varphi$ . Здесь  $\psi$  – суммарная фаза,  $\varphi_0$  – начальная фаза. Используя аналогию с четырехплюсником, нетрудно выразить новую фазу  $\psi$  через параметры антенны и полезного сигнала:

$$\Psi = -\varphi'(t - \tau_0) \left\{ \frac{\partial}{\partial \omega} \varphi_0(\omega, t) \right\}, \quad (3)$$

где  $\varphi'$  – фаза полезного сигнала;  $\tau_0$  – начальный сдвиг фазы;  $t$  – время;  $\omega$  – круговая частота.

Кроме того, существует прямая связь между задержкой  $\delta\varphi$  и перемещением антенны  $\delta\varphi = f(\delta l)$ . Используя это, целесообразно оценивать степень фазовых искажений в зависимости от длины волны  $\lambda$ :

$$\frac{\delta l}{\lambda} 360^\circ = \delta\varphi. \quad (4)$$

Сигнал на выходе антенной системы в случае совместных флуктуаций положения диаграммы направленности и флуктуаций относительно фронта волны запишем в виде

$$S_m(t) = S(t)f(\alpha_k)\gamma\cos[\omega_c t + \phi(t) + \psi(t)]. \quad (5)$$

Следует заметить, что рассмотренные модели колебаний антенн являются упрощенными. В общем случае перемещается не вся антенная система, а точки ее поверхности, причем перемещение каждой из них носит случайный характер, а диаграмма направленности искажается. В работе [8] рассмотрена модель подобных перемещений.

На рис. 4 приведены результаты моделирования искажений параболического зеркала для волн 2–3 см диапазонов. Анализ результатов моделирования (рис. 4) показал, что КНД снизился на 2,5 дБ, при этом возросли боковые лепестки и в некоторых местах зеркала фазовая ошибка стала равна длине волны полезного сигнала  $\lambda$ . Отметим, что флуктуации амплитуды и фазы сигнала на выходе антенны функционально связаны между собой, поскольку причина флуктуаций – механические колебания антенны.

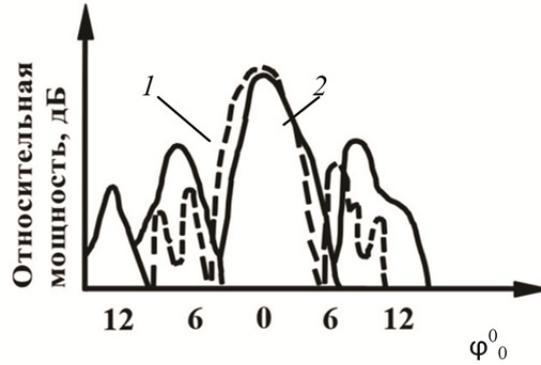


Рис. 4. Результаты моделирования искажения зеркала антенны:

1 – диаграмма направленности без вибраций;

2 – диаграмма направленности при искажении поверхности зеркала антенны вибрациями

Запишем одномерную функцию плотности вероятности флуктуаций сигнала на выходе антенны, используя аналогию с параметрическими четырехполюсниками [11]:

$$w(S) = \frac{1}{\pi} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \int_{|s|=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{w(A) \delta[\varphi - f(A)]}{\sqrt{A^2 - S^2}} \exp \left[ jl \left( \arcsin \frac{S}{A} \psi \right) \right] dA d\varphi. \quad (6)$$

Начальный момент  $k$ -го порядка имеет вид

$$m_k(S) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S^k W(S) ds = m_k(S) | + m_k(S) |. \quad (7)$$

В качестве примера прокомментируем результаты, полученные в работе [9]. Анализ влияния вибраций антенны на систему самонаведения показывает, что наиболее опасны частоты вибраций  $F \approx \Delta F_3$  и  $F \approx 2F_p \pm \Delta F_3$ , где  $\Delta F_3$  – частота вращения диаграммы направленности. Пренебрежение влиянием низкочастотного характера вибраций антенны может резко снизить эффективность всей системы в целом и значительно ухудшить тактико-технические показатели.

В прежние годы элементы высокочастотного тракта относились к вибронеустойчивым [8, 9]. Интегральное исполнение смесителя и гетеродина ослабило это влияние и их уже можно считать «условно вибронеустойчивыми».

Рассматривая общие положения при анализе характеристик виброшумов на выходе смесителя, примем ряд допущений, которые позволят получить достаточно простые соотношения с сохранением основных закономерностей, присущих смесителю приемных устройств.

Рассмотрим сигнал на выходе смесителя, ограничившись первой гармоникой сигнала промежуточной частоты, определенной как  $\omega_{np} = \omega_c - \omega_r$ . Амплитудная модуляция сигнала на выходе смесителя определяется наличием частотных флуктуаций  $\omega_{np}$ . Модуляция связана с флуктуацией расстройки относительно резонансной частоты  $\omega_0$  колебательного контура на выходе смесителя, что можно учесть, используя следующее уравнение контура:

$$n(a_{\text{экв}}) = \frac{R_{oe}}{\sqrt{1 + \alpha^2}}, \quad (8)$$

где  $R_{oe}$  – резонансное сопротивление контура;  $\alpha$  – обобщенная расстройка контура, равная  $2Q(1 - \frac{\omega_c - \omega_r}{\omega_0})$ .

Амплитуда сигнала на выходе смесителя в этом случае

$$A_{\text{вых}}(t) = \frac{m(t)S(t)}{2} \frac{R_{oe}}{\sqrt{1 + \alpha^2(t)}} A_{\text{вх}}(t). \quad (9)$$

Запишем флуктуирующие параметры:

$$\begin{aligned} m(t) &= m(1 + \varepsilon_m); S(t) = S(1 + \varepsilon_s); \omega_0(t) = \omega_0(1 + \varepsilon_0), \\ \omega_c(t) &= \omega_c(1 + \varepsilon_c); \omega_\Gamma(t) = \omega_\Gamma(1 + \varepsilon_\Gamma); A_{\text{вх}}(t) = A_{\text{вх}}(1 + \varepsilon_A). \end{aligned} \quad (10)$$

Нетрудно видеть, что флуктуации резонансной частоты контура при условии  $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \ll 1$

(которое в реальных условиях практически всегда выполняется) оказывают малое влияние на значение амплитуды сигнала на выходе  $A_{\text{вых}}(t)$ .

Далее будет показано, что вклад флуктуаций крутизны преобразования  $\varepsilon_s$  мал и для удобства его целесообразно опустить. Флуктуации частоты входного сигнала  $\varepsilon_a$  пренебрежимо малы, хотя в ряде случаев (в зависимости от вида полезной модуляции входного сигнала) их надо учитывать. При анализе будем пренебрегать ими. Таким образом, ограничимся учетом флуктуаций амплитуды  $\varepsilon_m$  и частоты  $\varepsilon_r$  сигнала гетеродина, а также учетом флуктуации амплитуды полезного сигнала  $\varepsilon_A$ . Запишем сигнал  $A_{\text{вых}}(t)$  с учетом их флуктуаций:

$$A_{\text{вых}}(t) = \frac{mSR_{oe}(1 + \varepsilon_m)(1 + \varepsilon_A)}{2\sqrt{1 + (2Q\frac{\omega_\Gamma}{\omega_0})^2\varepsilon_\Gamma^2}}, \quad (11)$$

так как  $\alpha = 2Q\left[1 - \frac{\omega_c - \omega_{\Gamma(1+\varepsilon_\Gamma)}}{\omega_0}\right]$ , мы учтем, что  $\omega_c - \omega_\Gamma = \omega_0$ , и тогда  $\alpha = 2Q\frac{\omega_r}{\omega_0}\varepsilon_\Gamma$ . С целью упрощения дальнейших выкладок проанализируем выражение в знаменателе, а именно, оценим порядок величины  $\alpha$ . Так как  $Q \gg 1, \frac{\omega_\Gamma}{\omega_0} \gg 1$ , важно знать, выполняется ли условие

$$\left[2Q\frac{\omega_\Gamma}{\omega_0}\right]\varepsilon_\Gamma^2 \ll 1. \quad (12)$$

Подставим численные значения в выражение (11):

если  $\varepsilon_\Gamma^2 \approx 10^{-6}; \frac{\omega_\Gamma}{\omega_0} \approx 10; Q \approx 20$ , то  $[2 \cdot 10 \cdot 20]10^{-6} \ll 1$ .

Заменим знаменатель (11) его разложением в ряд Тейлора. Для того, чтобы не усложнять дальнейшие вычисления, ограничимся двумя первыми членами ряда

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \alpha^2}} \cong 1 - \frac{1}{2}\alpha^2 = 1 - 2Q^2\left(\frac{\omega_\Gamma}{\omega_0}\right)\varepsilon_\Gamma^2. \quad (13)$$

Отметим, что при достаточно слабом сигнале  $A_{\text{вх}}(t)$  преобразователь частоты можно рассматривать как линейное параметрическое устройство. При работе на квадратичном участке крутизна пропорциональна напряжению гетеродина  $m(t)$ . В окончательном виде выражение (11) запишется

$$\begin{aligned} A_{\text{вых}}(t) &= \frac{mSR_{oe}A_{\text{вх}}}{2}\left[1 + \varepsilon_m + \varepsilon_A - 2Q^2\left(\frac{\omega_r}{\omega_0}\right)\varepsilon_\Gamma + \varepsilon_m\varepsilon_A - \right. \\ &\left. - 2Q^2\left(\frac{\omega_\Gamma}{\omega_0}\right)\varepsilon_m\varepsilon_\Gamma^2 - 2Q^2\left(\frac{\omega_\Gamma}{\omega_0}\right)\varepsilon_A\varepsilon_\Gamma^2 - 2Q^2\left(\frac{\omega_\Gamma}{\omega_0}\right)^2\varepsilon_m\varepsilon_A\varepsilon_\Gamma^2\right]. \end{aligned} \quad (14)$$

Так как  $A_{\text{вых}}(t) = A[1 + \eta(t)]$ , то флуктуационная составляющая вибропомехи запишется в виде

$$\eta(t) = \varepsilon_m + \varepsilon_\Gamma + \beta\varepsilon_\Gamma^2 + \varepsilon_m\varepsilon_A + \beta\varepsilon_m\varepsilon_\Gamma^2 + \beta\varepsilon_A\varepsilon_\Gamma^2 + \beta\varepsilon_m\varepsilon_A\varepsilon_\Gamma^2, \quad (15)$$

где  $\beta = -2\left(Q\frac{\omega_\Gamma}{\omega_0}\right)^2$ .

Нетрудно видеть, что основной вклад в суммарную флуктуационную составляющую вносят флуктуации частоты гетеродина. Этот вывод позволяет определять границы допустимых флуктуаций и находить пути борьбы с вибропомехами.

**Анализ влияния вибровоздействий на характеристики приемника обнаружения**

Чтобы анализировать влияние вибровоздействий на качественные характеристики приемника обнаружения, определим закон распределения  $\eta(t)$ . Так как одномерный закон является составляющей в данном случае многомерного, для простоты записи определим одномерную функцию плотности распределения вероятности. Для решения этой задачи воспользуемся методами функционального преобразования случайных величин. Введем обозначения

$$\epsilon_{\Gamma}^2 = x_1; \epsilon_A = x_2; \epsilon_m = x_3; \eta = z \tag{16}$$

и рассмотрим выражение (15)

$$Z = \alpha x_1 + x_2 + x_3 + \alpha x_1 x_2 + \alpha x_1 x_3 + x_2 x_3 + \alpha x_1 x_2 x_3. \tag{17}$$

Проведем оценку закона распределения сигнала на выходе смесителя, пренебрегая членами второго порядка малости. Тогда задача сводится к нахождению закона распределения суммы независимых случайных величин. Так как  $x_2$  и  $x_3$  распределены по нормальному закону, то и их сумма сохраняет закон распределения. Введем обозначение  $y = x_2 + x_3$ , тогда  $\sigma_y^2 = \sigma_{x_2}^2 + \sigma_{x_3}^2$ . Закон распределения  $W(x_1)$  определим как квадрат гауссовского:

$$W(x_1) = \frac{1}{\sigma_{x_1} \sqrt{2\pi x_1}} \exp \left\{ -\frac{X_1}{2\sigma_{x_1}^2} \right\}, \tag{18}$$

при  $x > 0$ .

Закон распределения  $W(Z)$  определяется путем использования известных методов [12]:

$$W(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma_x \sigma_y} \int_0^{\infty} \frac{1}{2} e^{-\frac{x}{2\sigma_x^2}} e^{-\frac{(z-x)^2}{2\sigma_y^2}} dx = \frac{e^{-\frac{z^2}{2\sigma_y^2}}}{\sqrt{2\pi} \sigma_x \sigma_y} \int_0^{\infty} \frac{1}{2} e^{-\frac{x}{2\sigma_x^2} + \frac{2zx}{2\sigma_y^2} - \frac{x^2}{2\sigma_y^2}} dx. \tag{19}$$

Введем обозначения:  $\frac{1}{2\sigma_x^2} = \alpha; \frac{1}{2\sigma_y^2} = \beta; \alpha - 2\beta z = \varphi$ .

Тогда выражение (19) принимает вид

$$W(z) = \frac{e^{-\beta z^2}}{\sqrt{2\pi} \sigma_x \sigma_y} \int_0^{\infty} \frac{1}{2} e^{-\beta x^2 - \varphi x} dx. \tag{20}$$

Выражение под интегралом соответствует табличному

$$W(z) = \frac{e^{-\beta z^2}}{\sqrt{2\pi} \sigma_x \sigma_y} (2\beta)^{-\frac{1}{4}} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \exp\left(\frac{\varphi^2}{8\beta}\right) D_{-\frac{1}{2}}\left(\frac{\varphi}{\sqrt{2\beta}}\right). \tag{21}$$

В результате несложных преобразований и подстановки получим

$$W(z) = \frac{\exp\left\{\frac{4z^2(\sigma_x^4 - 2\sigma_x^4) - 4z\sigma_x^2(\sigma_y^4 + \sigma_y^4)}{16\sigma_x^4\sigma_y^4}\right\}}{\sqrt{2} \sigma_x \sigma_y \sqrt{\sigma_y}} D_{\frac{1}{2}}\left(\frac{\sigma_y^2 - 2z\sigma_x^2}{2\sigma_y\sigma_x^2}\right). \tag{22}$$

Учтем члены второго порядка малости. Для этого выражение (17) представим в виде

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= x_2 \\ y_2 &= x_3(1 + x_2) \\ y_3 &= \alpha x_1(1 + x_2 + x_3 + x_2 x_3) \end{aligned} \right\}. \tag{23}$$

Однако если обозначить

$$z^1 = y_1 + y_2 = x_2 + x_3 + x_2x_3, \quad (24)$$

то можно записать

$$z = y_1 + y_2 + y_3 = z^1 + \alpha x_1 (1 + z^1). \quad (25)$$

Откуда получить систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} z_1 &= \alpha x_1 \\ z_2 &= z^1 (1 + \alpha x_1) \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

аналогичных двум первым уравнениям системы.

Считая обратные функции однозначными для системы

$$Y_1 = x_2; Y_2 = x_3(1 + x_2),$$

запишем якобиан преобразования

$$J^{-1} = \begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ x_3 & 1 + x_2 \end{vmatrix} = 1 + x_2. \quad (27)$$

Отсюда

$$W_2(Y_1, Y_2) = W_2(X_2, X_3) \left| \frac{1}{1 + X_2} \right|. \quad (28)$$

Так как  $x_2$  и  $x_3$  независимы, то

$$W(Y_2) = \int_{-\infty}^{\infty} W(x_2)W(x_3) \frac{\partial x_2}{|1 + x_2|}. \quad (29)$$

Так как  $J^{-1}$  для  $Z^1 = 1$ , что следует из новой системы

$$\left. \begin{aligned} z'_1 &= y_1; \\ z'_2 &= y_1 + y_2; \\ z'_3 &= y_1 + y_2. \end{aligned} \right\}$$

то

$$W(Z') = W(Z'_2) = \int_{-\infty}^{\infty} W(x_2)W(Z' - x_2) \frac{dx_2}{|1 + x_2|}. \quad (31)$$

Проделав аналогичные операции для системы (26), получим

$$W(Z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{W(x_1)W(Z')dx_2}{|\alpha(1 + x'_1)|} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{W(x'_2)W(Z - x'_2)dx'_2}{\alpha(1 + x'_1)}. \quad (32)$$

Определим  $W(Z')$  законы распределения  $W(x_2)$  и  $W(x_3)$  как гауссовские. Тогда

$$W(Z') = \frac{1}{2\pi\sigma_{x_2}\sigma_{x_3}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp\left\{-\frac{x_2^2}{2\sigma_x^2} - \frac{(Z' - x_2)^2}{2\sigma_{x_2}^2}\right\}}{1 + x_2} dx_2. \quad (33)$$

Обозначив  $\frac{1}{2\sigma_{x_2}^2} = \nu$ ;  $\frac{1}{2\sigma_{x_3}^2} = \beta$ , запишем

$$(Z') = \frac{1}{2\pi\sigma_{x_2}\sigma_{x_3}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp\{-\nu x_2^2 - \beta(Z'-x_2)^2\}}{1+x_2} dx_2 = \frac{1}{2\pi\sigma_{x_2}\sigma_{x_3}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp\{-(\nu+\beta)x_2^2 + 2\beta Z'x_2 - \beta Z'^2\}}{1+x_2} dx_2. \quad (34)$$

Обозначим:  $\nu + \beta = \rho$ ;  $2\beta Z' = \varphi$ , тогда

$$W(Z') = \frac{\exp\{-\beta Z'^2\}}{2\pi\sigma_{x_2}\sigma_{x_3}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp\{-\rho x_2^2 + \varphi x_2\}}{1+x_2} dx_2. \quad (35)$$

Так как при  $x_2 = -1$  подынтегральное выражение обращается в бесконечность, то следует перейти к пределу

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp\{-\rho x_2^2 + \varphi x_2\}}{1+x_2} dx_2 = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{-1-\alpha} \frac{\exp\{-\rho x_2^2 + \varphi x_2\}}{1+x_2} dx + \int_{-1+\alpha}^{\infty} \frac{\exp\{-\rho x_2^2 + \varphi x_2\}}{1+x_2} dx. \quad (36)$$

Для вычисления подынтегральных функций целесообразно использовать численные методы.

### Вычисление корреляционной функции флуктуаций

Обратимся к вычислению корреляционной функции флуктуационной составляющей на выходе смесителя. Так как имеется нелинейное преобразование случайного процесса – флуктуации частоты гетеродина в колебательном контуре на выходе смесителя в амплитудные флуктуации, определим их корреляционную функцию. Примем предположение о нормальном законе распределения флуктуаций частоты и определим корреляционную функцию этой составляющей суммарного виброшума, связанной с исходным соотношением  $x_1 = \varphi(\varepsilon_\Gamma) = \varepsilon_\Gamma^2$ . Для стационарного случайного процесса используем выражение

$$R_{x_1}(\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n(\tau) a_n^2, \quad (37)$$

где  $C_n(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} Q_n(\varepsilon) Q_n(\varepsilon_\tau) W_2(\varepsilon, \varepsilon_\tau) d\varepsilon d\varepsilon_\tau$ ;  $a_n = \int_{-\infty}^{\infty} f(\varepsilon) Q_n(\varepsilon) W_3(\varepsilon) d\varepsilon$ ;  $\{Q_n(\varepsilon)\}$  – система выбранных ортонормированных с весом  $W(\varepsilon)$  полиномов, т.е.

$$Q_n(\varepsilon) = \sum_{i=1}^k a_i \varepsilon^i,$$

тогда  $C_n(\tau) = \frac{R^n(\tau)}{n!}$ ;

$$a_n = \frac{r}{\sqrt{2\pi}} 2 \int_0^{\infty} \frac{d^{n-2}}{d\varepsilon^{n-2}} \left( e^{-\frac{\varepsilon^2}{2}} \right) d\varepsilon,$$

при  $n = 0$ ,  $a_0 = 1$ . Для нормированной величины  $\varepsilon$  при  $n = 2$ ,  $a_2 = 2$ , при  $n > 2$ , все коэффициенты равны нулю. Для учета дисперсии  $\sigma^2$ , не равной единице, домножим полученные коэффициенты на  $\sigma^2$ ; тогда

$$a_0 = \sigma^2; a_2 = 2\sigma^2.$$

Корреляционная функция флуктуационного процесса на выходе смесителя будет иметь вид

$$R_x(\tau) = \sigma^4 + 2\sigma^4 R^2(\tau). \quad (38)$$

Нетрудно определить, что

$$m_{1x} = \sigma^2; M_{2x} = 2\sigma^4; R_x(\tau) = R^2(\tau),$$

откуда следует

$$R_x(\tau) = \sigma^4 + 2R_{\varepsilon_r}^2(\tau).$$

Обратимся к выражению (17), определяющему помеховую составляющую виброшумов. Так как взаимокорреляционные функции мы приняли равными нулю, то выражение (17) для суммарной корреляционной функции полностью совпадает с ним по виду

$$R_z(\tau) = \alpha \left[ \sigma_{\varepsilon_r}^4 + 2R_{\varepsilon_r}^2(\tau) \right] + R_{\varepsilon_A} + R_{\varepsilon_m} + \alpha \left[ \sigma_{\varepsilon_r}^4 + 2R_{\varepsilon_r}^2(\tau) \right] \{ R_{\varepsilon_A} + R_{\varepsilon_m} + R_{\varepsilon_A} + R_{\varepsilon_m} \} + R_{\varepsilon_A} R_{\varepsilon_m}. \quad (39)$$

Заметим, что характерной особенностью корреляционной функции виброшумов смесителя являются комбинационные составляющие, порожденные мультипликативным эффектом от взаимодействия флуктуационных частей сигнала гетеродина и входного сигнала. При переходе к частотной области это явление проявляется в расширении спектрального состава виброшумов.

Целесообразно обратиться к методам анализа приемного устройства, представив его в виде линейного параметрического четырехполосника.

Передаточная функция четырехполосника с переменными параметрами записывается в виде

$$\dot{K}(\omega, t) = A_k(\omega, t) e^{j\varphi_k(\omega, t)}. \quad (40)$$

Известно [11], что при прохождении сигнала через четырехполосник с переменными параметрами возникают модулирующие помехи, и сигнал на выходе четырехполосника при наличии помех с учетом ряда условий будет иметь вид

$$U_M(t) = A_k(\omega_c, t) U(t - \tau) \cos[\omega_c t + \Phi(t - \tau) + \varphi_k(\omega_c, t) + \varphi_0], \quad (41)$$

т.е. сигнал подвергается дополнительной амплитудной модуляции по закону  $A_k(\omega_c, t)$ , фазовой модуляции по закону  $\varphi_k(\omega_c, t)$ , и, кроме того, комплексная огибающая сигнала испытывает задержку на время  $\tau$ .

Несложное преобразование позволяет выразить функцию помеховой модуляции [9] в виде

$$M(t) = \dot{K}(\omega_c, t) [1 - \varepsilon_\tau(t)] e^{-j\varphi_\tau(t)}, \quad (42)$$

где  $\varepsilon_\tau(t) = \frac{U'(t - \tau_0)}{U(t - \tau)} \delta\tau(t)$ ;  $\varphi_\tau(t) = \Phi'(t - \tau_0) \delta\tau(t)$ ;  $\delta\tau(t)$  – переменная составляющая.

Из соотношения (42) следует, что глубина амплитудных и фазовых искажений сигнала не зависит от его энергетического уровня. Функция помеховой модуляции представляет собой произведение двух сомножителей, из которых первый  $\dot{K}(\omega_c, t)$  определяется только характеристиками четырехполосника, а второй, включающий функции  $\varepsilon_\tau(t)$  и  $\varphi_\tau(t)$ , в общем случае зависит как от характеристик четырехполосника, так и от закона полезной модуляции сигнала.

Таким образом, воздействие вибрации на радиоэлектронные устройства приводит к повышению уровня внутренних шумов электронной аппаратуры, т.е. появлению аддитивной помехи, и к искажениям полезного сигнала, т.е. к возникновению мультипликативной помехи. Для использования теории оптимального приема при флуктуационных помехах удобно представить мультипликативную помеху в виде эквивалентной ей аддитивной.

Предположим изменение фазы и амплитуды стационарно связанными случайными процессами, а функцию помеховой модуляции  $\dot{M}(t)$  – стационарным случайным процессом. Примем

время корреляции функции  $\dot{M}(t)$  намного большим периода несущей частоты сигнала, что выполняется в рассматриваемом случае, так как частоты вибраций значительно ниже частот радиосигналов. В результате воздействия модулирующей помехи детерминированный (или квазидетерминированный) сигнал  $U(t)$  является реализацией флуктуационного нестационарного случайного процесса  $U_M(t)$ . Ансамблю реализаций функции помеховой модуляции  $\dot{M}(t)$  соответствует ансамбль реализаций сигнала, искаженного помехой  $U_M(t)$ .

Для определения структуры сигнала, искаженного стационарной флуктуационной модулирующей помехой, рассмотрим математическое ожидание этого сигнала, которое можно записать в виде

$$\overline{U_M(t)} = \text{Re} \left\{ \overline{\dot{M}} \dot{U}(t) e^{j(\omega_c t + \varphi_0)} \right\}, \quad (43)$$

где  $\overline{\dot{M}} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A e^{j\varphi} P(\varphi, A) d\varphi dA$  – математическое ожидание функции помеховой модуляции  $\dot{M}(t)$ ;

$P(\varphi, A)$  – совместная плотность вероятности искажений амплитуды  $A(t)$  и искажений фазы  $\varphi(t)$  в совпадающие моменты времени. Обозначая  $|\overline{\dot{M}}| = \alpha_0, \arg \overline{\dot{M}} = \beta_0$ , с учетом (41) выражение (43) можно представить в виде

$$\overline{U_M(t)} = \alpha_0 \text{Re} \left\{ \dot{U}(t) e^{j(\omega_c t + \varphi_0 + \beta_0)} \right\} = \alpha_0 U(t, \beta_0), \quad (44)$$

где  $U(t, \beta_0)$  – сигнал, отличающийся от  $U(t)$  только постоянным сдвигом фазы на  $\beta_0$ .

Таким образом, математическое ожидание сигнала, искаженного при прохождении через устройство, подвергающееся воздействию вибраций, с точностью до незначительного параметра (постоянного сдвига фазы  $\beta_0$ ) повторяет в измененном масштабе  $\alpha_0 = |\overline{\dot{M}}|$  неискаженный сигнал. Поэтому для ансамбля реализаций сигнала математическое ожидание  $\overline{U_M(t)}$  можно рассматривать как неискаженную часть сигнала:

$$m(t) = \overline{U_M(t)} = \alpha_0 U(t, \beta_0).$$

Коэффициент  $\alpha_0 = |\overline{\dot{M}}|$  является относительным уровнем неискаженной части сигнала, причем  $\alpha_0$  и сдвиг фазы  $\beta_0$  не зависят от вида сигнала и определяются только функцией помеховой модуляции  $\dot{M}(t)$ .

Другая часть сигнала  $U_M(t)$

$$\vartheta(t) = U_M(t) - \overline{U_M(t)} \quad (45)$$

представляет собой флуктуации с нулевым средним и является помеховой составляющей.

Таким образом, ансамбль реализации сигнала, искаженного стационарной флуктуационной модулирующей помехой, может быть представлен в виде суммы двух составляющих – неискаженной части сигнала и помеховой составляющей:

$$U_M(t) = m(t) + \vartheta(t) = \alpha_0 U(t, \beta_0) + \vartheta(t). \quad (46)$$

Первая составляющая, подобно сигналу, представляет собой детерминированную или квазидетерминированную функцию, вторая является чисто случайной функцией.

При таком представлении воздействие стационарной флуктуационной модулирующей помехи сводится к изменению амплитуды сигнала (в  $\alpha_0$  раз) и начальной фазы сигнала (на  $\beta_0$ ), а также к появлению некоторой эквивалентной аддитивной составляющей  $\vartheta(t)$ , связанной с сигнала-

лом, помеховой составляющей. Такое разложение выходного колебания  $U_M(t)$  на детерминированную и случайную составляющую является единственным, так как помеховая составляющая при таком разложении не может содержать никаких компонентов, подобных неискаженному сигналу. Далее считаем, что помеха  $w(t)$ , обусловленная изменениями шумовых свойств элементов, и помеха  $u(t)$ , обусловленная флуктуациями их параметров, имеют вполне определенный спектр для каждого конкретного случая и являются компонентами суммарного спектра помехи  $G_n(\omega)$ . Затем с учетом наличия  $v(t)$  и  $W(t)$  решается общая вариационная задача минимизации ошибки [13]:

$$\inf_{G_c(\omega)} \overline{\varepsilon^2} = \inf_{G_c(\omega)} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G_c(\omega)G_{\Pi}(\omega)}{G_c(\omega) + G_{\Pi}(\omega)} d\omega. \quad (47)$$

При практическом использовании выражения (47) может иметь место ряд ограничений на множество допустимых сигналов. При учете всех имеющих место ограничений проводится решение с целью определения оптимального сигнала при комплексе помех.

Рассмотрим в заключение схемотехнический путь повышения виброустойчивости приемника обнаружения.

Ограничимся анализом части устройства – согласованного фильтра и порогового устройства (рис. 5).

Нам известна вероятность правильного обнаружения  $D = 0,8$  и вероятность ложной тревоги  $F = 0,001$ . Полезным сигналом  $S(t)$  является прямоугольный видеоимпульс с амплитудой  $A$  и длительностью  $\tau_n = 0,5$  отн. ед. Уровень помехи  $n_0 = 1$ .

Используя известные соотношения [10], определяем значение уровня полезного сигнала  $X$  и порога  $Y_0$ :

$$D = \frac{1}{2} \left[ 1 + \Phi \left( \frac{x - y_0}{n_0} \right) \right]; \quad (48)$$

$$F = \frac{1}{2} \left[ 1 - \Phi \left( \frac{Y_0}{n_0} \right) \right] \quad (49)$$

и получаем  $x = 3,13$ ;  $y_0 = 2,88$ .

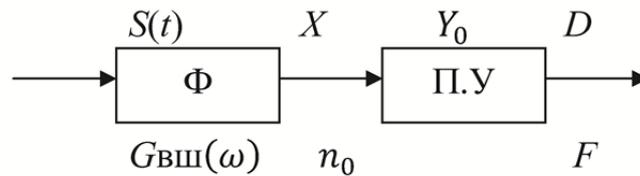


Рис. 5. Согласованный фильтр и пороговое устройство

Используя известное соотношение [10]  $x = K_0 A^2$ , принимая  $K_0 = 1$ , определяем амплитуду импульса  $A = 2,5$ . Принимая интервал наблюдения  $T = \tau_n$ , запишем передаточную функцию оптимального фильтра

$$K_0(j\omega) = \frac{K_0}{j\omega} (1 - e^{-j\omega\tau_n}). \quad (50)$$

Определим значение дисперсии белого шума на входе фильтра по известной дисперсии на его выходе

$$G_{\text{вых б.ш.}}^2 = \frac{\Omega}{\int_0^{\Omega} |K(jm)|^2 d\omega}. \quad (51)$$

Виброшум, поступающий на вход согласованного фильтра с полосового усилителя, имеет сложный спектральный характер (рис. 6) (результат получен нами экспериментально) [14].

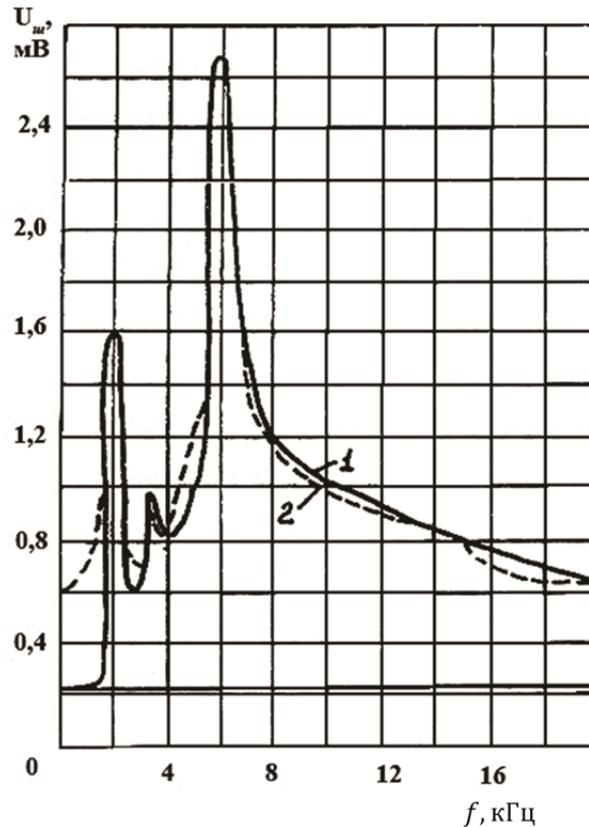


Рис. 6. Спектральная плотность виброшумов:  
1 – получено экспериментально; 2 – представлено смесью гауссовских шумов

Для оценки результатов воздействия виброшума на приемник обнаружения необходимо провести нормировку спектральных плотностей виброшума и белого шума на входе согласованного фильтра, заданных графически:

$$G_{\text{б.ш.норм}(\omega)} = \frac{1}{\int_0^{\Omega} |K(j\omega)|^2 d\omega}; \quad (52)$$

$$G_{\text{в.ш.норм}(\omega)} = \frac{G_{\text{гр.в.ш}(\omega)}}{G_{\text{гр.б.ш}(\omega)}} \frac{1}{\int_0^{\Omega} |K(j\omega)|^2 d\omega}. \quad (53)$$

Определим уровень виброшумов на входе порогового устройства, используя для аналитической записи спектральной плотности виброшума его представления в виде смеси гауссовских [15]:

$$n_{\text{вш}} = \frac{1}{G_{\text{гр.б.ш}(\omega)} \int_0^{\Omega} |K(j\omega)|^2 d\omega} \sum_{n=1}^N |K(j\omega)|^2 N_n(\omega) d\omega. \quad (54)$$

Для этого вычисляем интеграл

$$\int_0^{\Omega} \frac{2}{\omega^2} [1 - \cos \omega z] d\omega = 0,861, \quad (55)$$

при  $\Omega = 2$ ,  $\tau_u = 0,5$ .

Производим декомпозицию исходного спектра виброшумов в смесь гауссовских и вычисляем интеграл

$$\int_0^{\Omega} \sum_{n=1}^N q_n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n}} \frac{2}{\omega^2} \left[ 1 - \cos \omega \left( \frac{2\pi}{\Omega} \right) \right] e^{-\frac{(\omega - m_n)^2}{2\sigma_n^2}} d\omega. \quad (56)$$

Численными методами получаем в результате значение  $n_{в.ш} = 1,774$ . Далее по формулам (48), (49) определяем  $D = 0,778$ ;  $F = 0,026$ .

Для обеспечения заданной вероятности ложной тревоги  $F = 0,001$  определяем новое значение порога  $Y_0 = 5,11$  и, соответственно, вероятность правильного обнаружения  $D = 0,5625$ .

Нетрудно видеть, что новые методы повышения виброустойчивости только изменением значения порога  $Y_0$  не позволяют существенно улучшить характеристики приемника обнаружения.

Построим приемник обнаружения, квазиоптимальный по виброшумам. Для этого определим передаточную функцию фильтра

$$K_{о.в.ш}(j\omega) = \frac{S^*(j\omega)}{S_n(\omega)} e^{-j\omega T}; \quad (57)$$

$$S^*(j\omega) = \frac{1}{j\omega} (e^{-j\omega\tau_u} - 1);$$

$$S_n(\omega) = \frac{G_{гр.в.ш}(\omega)}{G_{гр.б.ш}(\omega)} \frac{1}{\int_0^{\Omega} |K(j\omega)|^2 d\omega}.$$

Вычислим значения полезного сигнала и виброшумов на выходе фильтра, квазиоптимального виброшумам:

$$X_{в.ш.о} = \int_0^{\Omega} S(j\omega) K_{о.в.ш}(j\omega) e^{j\omega\tau_u} d\omega; \quad (58)$$

$$n_{в.ш.о} = \int_0^{\Omega} G_{в.ш.норм}(\omega) |K_{о.в.ш}(j\omega)|^2 d\omega. \quad (59)$$

Вычисление интегралов (58) и (59) проводится численными методами, и получим  $X_{в.ш} = 0,3327$ ,  $n_{в.ш.о} = 0,133$ . Окончательно, используя (48) и (49), задаваясь  $F = 0,001$ , получим  $D = 0,738$ ,  $Y_0 = 0,3833$ . Сведем результаты в следующую форму:

$D = 0,8$ $F = 0,001$	При отсутствии вибровоздействий
$D = 0,779$ $F = 0,026$	При вибровоздействиях
$D = 0,56$ $F = 0,001$	При новом значении порога
$D = 0,74$ $F = 0,001$	При оптимальном в виброшумах фильтре

Итак, строя оптимальные фильтры по параметрам виброшумов и оптимизируя значение порога  $Y_0$ , можно получить существенное повышение виброустойчивости приемника обнаружения схемотехническими методами.

### Заключение

В данной статье представлены основные положения анализа виброустойчивости и показана принципиальная возможность ее повышения. Авторы планируют в дальнейшем представить читателям развитие этого направления исследований, содержащее рассмотрение возможных путей повышения виброустойчивости радиоэлектронной аппаратуры.

Статья подготовлена в рамках реализации проекта «Разработка методов и средств создания высоконадежных компонентов и систем бортовой радиоэлектронной аппаратуры ракетно-космической и транспортной техники нового поколения» (Соглашение № 15-19-10037 от 20 мая 2015 г.) при финансовой поддержке Российского научного фонда.

### Список литературы

1. Лысенко, А. В. Анализ средств контроля и диагностики бортовой радиоэлектронной аппаратуры при механических испытаниях / А. В. Лысенко, П. Е. Бушмелев, А. В. Пивкин // Молодой ученый. – 2015. – № 21 (101), ч. II. – С. 185–187.
2. Авакян, А. А. Создание отказоустойчивых систем электроники на основе управляющей избыточности / А. А. Авакян, Н. К. Юрков // Труды Международного симпозиума Надежность и качество. – 2011. – Т. 2. – С. 369–375.
3. Затылкин, А. В. Разработка автоматизированной методики прогнозирования ресурса ЭРЭ печатного узла с учетом внешних вибрационных воздействий / А. В. Затылкин // Современные тенденции развития науки и технологий. – 2015. – № 6, ч. 2. – С. 45–48.
4. Юрков, Н. К. Технология производства электронных средств : учеб. / Н. К. Юрков. – 2-е изд., испр. и доп. – СПб. : Лань, 2014. – 480 с.
5. Пивкин, А. В. Автоматизированная методика управления физическими параметрами собственных форм бортовой радиоэлектронной аппаратуры на резонансных частотах / А. В. Пивкин, Д. А. Голушко, Н. К. Юрков // Научный альманах. – 2015. – № 9, вып. 11. – С. 791–794.
6. Таньков, Г. В. Исследование влияния частоты внешнего воздействия на величину инерционной силы в электрорадиоэлементах бортовой радиоаппаратуры / Г. В. Таньков, А. В. Затылкин, Д. В. Ольхов // Научный альманах. – 2015. – № 9, вып. 11. – С. 829–833.
7. Коненков, Ю. К. Вопросы надежности радиоэлектронной аппаратуры при механических нагрузках / Ю. К. Коненков, И. А. Ушаков. – М. : Сов. радио, 1975. – 144 с.
8. Кремер, И. Я. Модулирующие помехи и прием радиосигналов / И. Я. Кремер, В. И. Владимиров, В. И. Карпухин. – М. : Сов. радио, 1972. – 480 с.
9. Левин, Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники / Б. Р. Левин. – М. : Сов. радио, 1974. – Ч. 1. – 552 с.
10. Чабдаров, Ш. М. К вопросу об эквивалентности реальных и имитируемых вибраций / Ш. М. Чабдаров, Я. С. Урецкий, М. Ю. Застела // Вибрационная техника. – 1972. – № 2. – 267 с.
11. Гуткин, Л. С. Принципы управления беспилотными объектами / Л. С. Гуткин. – М. : Сов. радио, 1959. – 384 с.
12. Чабдаров, Ш. М. Функционалы помехоустойчивости и оптимальные сигналы при комплексе помех / Ш. М. Чабдаров, А. И. Игнатъев // Прием и обработка информации в структурно-сложных системах. – Казань : Изд-во Казан. ун-та, 1973. – Вып. 4. – 253 с.
13. Горяников, В. Т. Примеры и задачи по статистической радиотехнике / В. Т. Горяников, А. Г. Журавлев, В. И. Тихонов. – М. : Сов. радио, 1970. – 462 с.
14. Чабдаров, Ш. М. Полигауссовы модели реальных случайных явлений / Ш. М. Чабдаров, Л. А. Шекотурова // Методы представления и аппаратный анализ случайных процессов и полей : тр. XVII Всесоюз. симп. – Таганрог ; Л., 1974. – 244 с.
15. Болознев, В. В. Методы и средства радиоволновой вибродиагностики двигателей летательных аппаратов / В. В. Болознев, М. Ю. Застела, Ф. Н. Мирсаитов // Надежность и качество сложных систем. – 2014. – № 2 (10). – С. 102–108.

#### **Болознев Виктор Васильевич**

кандидат технических наук, профессор,  
кафедра радиоэлектронных и квантовых устройств,  
Казанский национальный исследовательский  
технический университет им. А. Н. Туполева  
(420084, Россия, г. Казань, ул. К. Маркса, 10)  
E-mail: rts@kai.ru

#### **Застела Михаил Юрьевич**

кандидат технических наук, профессор,  
кафедра радиоэлектронных и квантовых устройств,  
Казанский национальный исследовательский  
технический университет им. А. Н. Туполева  
(420084, Россия, г. Казань, ул. К. Маркса, 10)  
E-mail: rts@kai.ru

#### **Boloznev Viktor Vasil'evich**

candidate of technical sciences, professor,  
sub-department of electronic and quantum devices,  
Kazan National Research Technical University  
named after A. N. Tupolev  
(420084, 10 K. Marks street, Kazan, Russia)

#### **Zastela Mikhail Yur'evich**

candidate of technical sciences, professor,  
sub-department of electronic and quantum devices,  
Kazan National Research Technical University  
named after A. N. Tupolev  
(420084, 10 K. Marks street, Kazan, Russia)

**Чабдаров Шамиль Мидхатович**

доктор технических наук, профессор,  
кафедра радиоэлектронных  
и телекоммуникационных систем,  
Казанский национальный исследовательский  
технический университет им. А. Н. Туполева  
(420084, Россия, г. Казань, ул. К. Маркса, 10)  
E-mail: rts@kai.ru

**Юрков Николай Кондратьевич**

доктор технических наук, профессор,  
заведующий кафедрой конструирования  
и производства радиоаппаратуры,  
Пензенский государственный университет  
(440026, Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)  
E-mail: yurkov\_NK@mail.ru

**Аннотация.** Рассмотрен путь повышения виброустойчивости бортовых систем летательных аппаратов. Предлагается для решения задачи сохранения их функциональной надежности использовать схемотехнические методы, слабоосвещенные, применительно к воздействию вибраций, в известной авторам литературе. На основе выбранного в качестве объекта анализа приемника РЛС обнаружения определены его каскады, дающие наибольший вклад в снижение виброустойчивости – антенное устройство, и в меньшей степени смеситель и гетеродин. Определены параметры флуктуаций электрических параметров антенн, смесителей и гетеродинов. Для проведения анализа предложено рассмотрение частей приемного устройства в виде линейных параметрических четырехполосников. Определена методика приведения результатов воздействия модулирующих помех в вид, позволяющий использовать методы борьбы с флуктуационными помехами. Рассмотрен схемотехнический путь повышения виброустойчивости путем изменения передаточной функции оптимального фильтра и значения порога принятия решения. Приведенные в статье результаты позволяют обратить внимание разработчиков бортовой аппаратуры на такую важную составляющую методов защиты от механических воздействий, как учет реакции аппаратуры на вибрацию при схематическом и системотехническом проектировании.

**Ключевые слова:** вибрации, виброшумы, приемник обнаружения, оптимальная фильтрация, полигаусовы модели.

**Chabdarov Shamil Midkhatovich**

doctor of technical sciences, professor,  
sub-department of radio  
and telecommunication systems,  
Kazan National Research Technical University  
named after A. N. Tupolev  
(420084, 10 K. Marks street, Kazan, Russia)

**Yurkov Nikolay Kondrat'evich**

doctor of technical sciences, professor,  
head of sub-department of radio equipment  
design and production,  
Penza State University  
(440026, 40 Krasnaya street, Penza, Russia)

**Abstract.** Considered a way to increase vibration resistance on-Board systems of the aircraft. It is proposed to solve the problem of conservation of their functional reliability to use circuit methods, dimly lit, with regard to the effects of vibration, known to the authors in the literature. Based on the selected as the object of analysis of the radar receiver detection is defined by its cascades that give the largest contribution to the decrease in vibration resistance – antenna device, and to a lesser extent the mixer and the local oscillator. The parameters of fluctuations of the electrical parameters of antennas, mixers, and local oscillators. For analysis the proposed review of the parts of a receiving device in the form of a linear two-port. Find a way of bringing the effects of modulating interference in a view that allows you to use methods of dealing with fluctuation noise. In this paper considered schematic way to improve vibration resistance by changing the transfer function of the optimum filter and threshold decision. The described results allow to draw the attention of developers on-Board equipment on such an important component of the methods of protection against mechanical impacts as the response of the instrument to vibrate at a schematic and system design.

**Key words:** vibration, fibrosum, receiver detection, optimal filtering, oligopsony models.

**УДК 621.396.6.5341**

**Виброустойчивость приемных устройств летательных аппаратов / В. В. Болознев, М. Ю. Засте-  
ла, Ш. М. Чабдаров, Н. К. Юрков // Надежность и качество сложных систем. – 2016. – № 2 (14). – С. 45–58.**